2024-2025 学年苏州市职业学校三年级单招期末调研测试卷

数学 试卷　2025.1

试卷共 4 页；满分 150 分. 考试时间 120 分钟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，每小题列出的四个选项中，只有一项是符合要求）

1．已知全集$U=R$,集合$A=[-1,3)$,$C_U B=(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$,则$A\cap B=$（　）

A．$(-1,1)$　　B．$(-1,3)$　　C．$[1,3)$　　D．$[1,4]$

2．命题P:$x^2\ge -x$,命题Q:$|x|=x$,则命题P是命题Q的（　）

A．必要不充分条件　　B．充分不必要条件

C．充要条件　　D．既不充分又不必要条件

3．已知复数z满足$z+\mathrm{i}z=\mathrm{i}$，则$|\bar{z}|=$（　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\sqrt{2}$

4．已知非零向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，若$|\vec{a}|=\sqrt{2}|\vec{b}|$，$\vec{a}\perp(\vec{a}-2\vec{b})$，则$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角是（　）

A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{4}$　　D．$\frac{5\pi}{6}$

5．已知圆锥的一条母线的中点与圆锥底面圆的圆心间的距离为 2，母线与底面所成的角为 60°，则该圆锥的体积为（　）

A．$\frac{8\sqrt{3}\pi}{3}$　　B．$8\sqrt{3}\pi$　　C．$\frac{16\sqrt{3}\pi}{3}$　　D．$16\sqrt{3}\pi$

6．某高中安排 4 名同学（不同姓）到甲、乙、丙 3 个小区参加垃圾分类宣传活动，若每名同学只去一个小区，每个小区至少安排 1 名同学，其中张同学不去乙小区，则不同的分配方案种数为（　）

A．36　　B．24　　C．48　　D．12

7．已知直线l过双曲线$\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{3}=1$的左焦点，且与双曲线的一条渐近线平行，若$l$过抛物线$x^2=2py(p>0)$的焦点，则$p$的值为（　）

A．12　　B．$2\sqrt{2}$　　C．2　　D．4

8．函数$f(x)=sin(\omega x+\frac{\pi}{6})(\omega>0)$的图象与$x$轴正半轴两交点之间的最小距离为$\frac{\pi}{2}$，若要将函数$f(x)=sin(\omega x+\frac{\pi}{6})$的图象向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位得到$g$（$x$）的图象，则$g$（$x$）的单调递增区间为（　）

A．$(\frac{\pi}{6}+k\pi，\frac{2\pi}{3}+k\pi)(k\in Z)$　　B．$(\frac{\pi}{12}+k\pi，\frac{7\pi}{12}+k\pi)(k\in Z)$

C．$(-\frac{5\pi}{12}+k\pi，\frac{\pi}{12}+k\pi)(k\in Z)$　　D．$(-\frac{\pi}{6}+k\pi，\frac{\pi}{6}+k\pi)(k\in Z)$

9．定义在 R 上的奇函数 $f\left(x\right), f\left(5\right)=0,$ 且对任意不等的正实数 x_1, x_2 都满足 $\left[f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)\right]\left(x_1-x_2\right)>0,$ 则不等式 $xf\left(-x\right)>0$ 的解集为（　　）

A．$\left(-5,0\right)\cup\left(5,+\infty\right)$　　B．$\left(-\infty,-5\right)\cup\left(5,+\infty\right)$

C．$\left(-\infty,-5\right)\cup\left(0,5\right)$　　D．$\left(-5,0\right)\cup\left(0,5\right)$

10．对于函数 $f\left(x\right)$，若 x_1, x_2 满足 $f\left(x_1\right)f\left(x_2\right)=f\left(x_1+x_2\right)$，则称 x_1, x_2 为函数 $f\left(x\right)$ 的一对“类指数”.若正实数 a 与 b 为函数 $f\left(x\right)=kx\left(k>0\right)$ 的一对“类指数”，$a+4b$ 的最小值为 18，则 k 的值为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．1　　C．$\dfrac{4}{3}$　　D．2

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分，请将答案填写在题中横线上）

11．已知 $(1+ax)^5$ 的展开式的所有项系数之和为 -1，则展开式中含 x 的项的系数是________.

12．已知等比数列 $\left\{a_n\right\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_3=7$，$S_6=63$，则 $a_7+a_8+a_9=$________.

13．直线 l：$mx-y+1=0$ 截圆 $x^2+y^2+4x-6y+4=0$ 的弦为 MN，当 $\left|MN\right|$ 取最小值时 m 的值为__________.

14．已知 α 为第二象限角，且满足 $\sin\alpha\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}+\cos\alpha\sqrt{\dfrac{1-\sin\alpha}{1+\sin\alpha}}=\dfrac{7}{5}$，则 $\cos\left(\dfrac{3\pi}{2}-2\alpha\right)=$______.

15．设函数 $F\left(x\right)=\max\left\{f\left(x\right),g\left(x\right)\right\}$，即 $F\left(x\right)$ 表示函数 $f\left(x\right)$，$g\left(x\right)$ 中的较大者.已知函数 $f\left(x\right)=\left|x\right|-2$，$g\left(x\right)=x^2+ax+1$，若 $F\left(x\right)$ 的值域为 $\left[-1,+\infty\right)$，则 $a=$______.

三、解答题(本大题共 8 小题，共 90 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16．（本题满分 8 分）已知函数 $f(x)=\lg(2-x)+\sqrt{x+1}$ 的定义域为 A.

（1）求 A；

（2）设集合 $B=\left\{x\left|2^{3x-5}>2^{4x-a}\right.\right\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，求实数 a 的取值范围.

17．（本题满分 10 分）已知二次函数 $f\left(x\right)$ 的最大值为-2，且 $f\left(0\right)=f\left(2\right)=-3$.

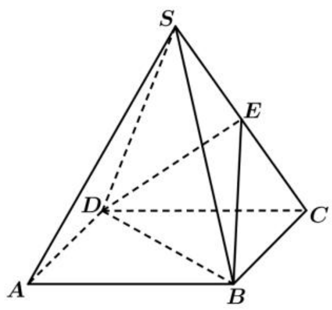
（1）求 $f\left(x\right)$ 的解析式；

（2）若 $f\left(x\right)$ 在区间 $\left[a,a+1\right]$ 上的最大值为-6，求实数 a 的值.

18．（本题满分 10 分）如图，四棱锥$S-ABCD$，底面是边长为 2 的正方形，侧棱长相等均为 4，E为棱SC的中点．

（1）求证：SA // 平面 BDE；

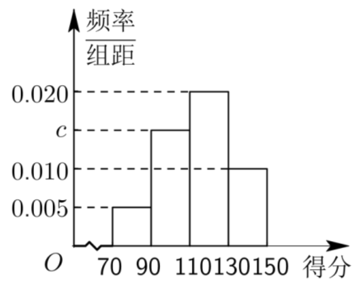
（2）求异面直线 SA 与 BE 所成角的余弦值．



（第 18 题图）

19．（本题满分 12 分）某校为了解校园安全教育系列活动的成效，对全校 3000 名学生进行一次安全意识测试，根据测试成绩评定“优秀”、“良好”、“及格”、“不及格”四个等级，现随机抽取部分学生的答卷，统计结果及对应的频率分布直方图如下所示．

等级	不及格	及格	良好	优秀
得分	$[70,90)$	$[90,110)$	$[110,130)$	$[130,150]$
频数	6	a	24	b



（1）求a,b,c的值；

（2）试估计该校安全意识测试评定为“优秀”的学生人数；

（3）已知已采用分层抽样的方法，从评定等级为“优秀”和“良好”的学生中任选 6 人进行强化培训；现再从这 6 人中任选 2 人参加市级校园安全知识竞赛，求选取的 2 人中有 1 人为“优秀”的概率.

20．（本题满分 12 分）某机床厂 2024 年年初用 98 万元购进一台数控机床，并立即投入生产使用．计划第一年维修、保养费用 12 万元，从第二年开始，每年所需维修、保养费用比上一年增加 4 万元；该机床使用后，每年的总收入为 50 万元．设使用x年后数控机床的盈利额为y万元．

（1）写出y与x之间的函数关系式；

（2）使用若干年后，对机床的处理方案有两种：

方案一：当年平均盈利额达到最大值时，以30万元价格处理该机床；

方案二：当盈利额达到最大值时，以12万元价格处理该机床；

请你研究一下哪种方案处理较为合理？并说明理由．

21．（本题满分 12 分）已知$\vec{a}=(2\cos x+2\sqrt{3}\sin x,1)$，$\vec{b}=(y,\cos x)$，且$\vec{a}//\vec{b}$.

（1）将y表示成x的函数$f(x)$，并求$f(x)$的最小正周期；

（2）记$f(x)$的最大值为M，a、b、c分别为ΔABC的三个内角A、B、C对应的边长，若$f(\frac{A}{2})=M$，且$a=2$，求bc的最大值.

22．（本题满分 12 分）已知数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$，其中$\{a_n\}$的前项和为S_n，且$2a_n-S_n=2$，$b_n=\log_2(S_n+2)$.

（1）分别求出数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（2）记$T_n=\frac{b_1}{a_1}+\frac{b_2}{a_2}+\cdots+\frac{b_n}{a_n}$，求证：$T_n<3$.

23．（本题满分 14 分）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$和直线 l：$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=1$，椭圆的离心率$e=\frac{\sqrt{6}}{3}$，坐标原点到直线的距离为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（1）求椭圆的方程；

（2）已知定点$E(-1,0)$，若直线$y=kx+2(k\neq 0)$与椭圆相交于 C，D 两点，试判断是否存在实数 k，使以 CD 为直径的圆过定点 E？若存在，求出 k 的值，若不存在，说明理由.