

- A. $(-2,1)$ B. $(-1,2)$ C. $(-2,3)$ D. $(0,1)$

第II卷（共 110 分）

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

11. 某职业学校共有 450 名学生，现用分层抽样的方法从该校学生中抽取一个容量为 60 的样本，其中高一年级抽 10 人，高三年级抽 30 人，则该校高二年级的学生人数是_____▲_____.

12. 已知向量 $\vec{a} = (3, \sin \theta)$, $\vec{b} = (5, -1)$, 若 \vec{a}, \vec{b} 是共线向量, 则 $\cos 2\theta =$ _____▲_____.

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 6$ 且 $a_n = a_{n-1} + \lg \frac{n}{n-1} (n \geq 2)$, 则 $a_{100} =$ _____▲_____.

14. 已知双曲线 C 的离心率为 $\sqrt{2}$, 其右焦点 F 与抛物线 $y^2 = 8x$ 的焦点相同, 则双曲线 C 的标准方程为_____▲_____.

15. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & 0 \leq x \leq 2 \\ \sin \frac{\pi}{2}x, & 2 < x \leq 4 \end{cases}$, 若存在四个不同的实数 x_1, x_2, x_3, x_4 满足

$f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 =$ _____▲_____.

三、解答题（本大题共 8 小题，共 90 分）

16. (本题满分 8 分) 已知关于 x 的不等式 $x^2 - ax - b < 0$ 的解集为 $x \in (-1, 3)$.

(1) 求实数 $a + b$ 的值;

(2) 解不等式 $\log_a(x^2 - 4) \leq \log_a 3x$.

17. (本题满分 10 分) 已知 $f(x)$ 是定义域在 \mathbf{R} 上的单调递增函数, 对任意 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2) - 1$, 且满足 $f(4) = 5$.

(1) 若实数 m 满足 $f(2^{|m-1|}) \leq f(4)$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 求 $f(2)$ 的值;

(3) 若不等式 $f(ax^2 + 4ax + 5) > 3$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

18. (本题满分 12 分) 已知 $\vec{a} = (-1, 2\sqrt{3})$, $\vec{b} = (\sin^2 x - \cos^2 x, \sin x \cos x)$, 函数 $f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 若 $f\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\alpha}{2}\right) = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$, 且 $\frac{5\pi}{6} < \alpha < \pi$, 求 $\sin \alpha$ 的值;

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 分别为 a 、 b 、 c 三边所对的角, 若 $b = 2$, $f(B) = 1$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

19. (本题满分 12 分) 先后随机抛掷两枚骰子, 其中 a 表示第一枚骰子出现的点数, b 表示第二枚骰子出现的点数.

(1) 直线 $l_1: ax + by - 1 = 0$, $l_2: 2x + y - 2 = 0$, 求直线 $l_1 // l_2$ 的概率;

(2) 复数 $z = (2a - b) + (a + b - 3)i$ (i 为虚数单位), 求 z 是纯虚数的概率.

20. (本题满分 10 分) 中国芯片产业崛起, 出口额增长迅猛, 展现强劲实力和竞争力. 中国自主创新, 多项技术取得突破, 全球布局加速. 现有某芯片公司为了提高生产效率, 决定以 108 万元购置一套生产设备, 预计使用该设备后, 前 $n(n \in \mathbb{N}^*)$ 年的支出成本为 $(12n^2 - 8n)$ 万元, 每年的销售收入 100 万元.

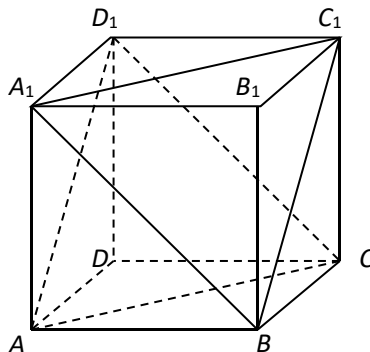
(1) 求该芯片公司买该套生产设备产生的前 n 年的总盈利额 $f(n)$; [注: $f(n)$ = 前 n 年的总收入 - 前 n 年的总支出 - 购置支出]

(2) 使用若干年后对该设备的处理有两种方案: 方案一, 当总盈利额达到最大值时, 该设备以 30 万元的价格处理; 方案二, 当年平均盈利额达到最大值时, 该设备以 54 万元的价格处理, 哪种方案较为合理? 并说明理由.

21. (本题满分 10 分) 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 棱长为 1.

(1) 求证: 平面 $ACD_1 //$ 平面 A_1BC_1 ;

(2) 求点 B_1 到面 A_1BC_1 的距离.



22. (本题满分 14 分) 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2a_n - n + 1$ ($n \in N_+$),

(1) 求证: 数列 $\{a_n - n\}$ 是等比数列, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 + 2b_2 + \dots + nb_n = (1 + 2 + 3 + \dots + n) \log_{\sqrt{2}}(a_n - n)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(3) 在 (2) 的条件下, 令 $c_n = \frac{b_n + 1}{3(a_n - n)}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若对于任意的 $n \in N_+$, 不等式 $\sqrt{2}T_n \leq k - \frac{\sqrt{2}n}{2^n}$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

23. (本题满分 14 分) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 焦点到相应准线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1) 求椭圆的标准方程;

(2) 若圆 M 经过椭圆的左右顶点及上顶点, 求圆 M 的方程;

(3) 设倾斜角为锐角的直线 l 与椭圆交于 A, B 两点, 且点 A 的坐标为 $(-a, 0)$, 若 $|AB| = \frac{4\sqrt{2}}{5}$, 点 C 为第 (2) 题中圆 M 上的动点, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.