学校________ 班级________ 姓名________ 考场号________ 座位号________

考生答题不得超过此装订线

绝密★启用前

江苏省 2024—2025 年跨地区职业学校职教高考一轮联考

数　学　试卷

注　意　事　项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 4 页,包含选择题(第 1 题～第 10 题,共 10 题)、非选择题(第 11 题～第 23 题,共 13 题)两部分.本卷满分为 150 分,考试时间为 120 分钟.考试结束后,请将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前,请务必将自己的学校、班级、姓名、考场号、座位号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置.
3. 请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、考试证号与您本人是否相符.
4. 作答选择题(第 1 题～第 10 题),必须用 2B 铅笔将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑;如需改动,请用橡皮擦干净后,再选涂其他答案.作答非选择题,必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答,在其他位置作答一律无效.
5. 如需作图,须用 2B 铅笔绘、写清楚,线条、符号等须加黑.

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在下列每小题中,选出一个正确答案,将答题卡上对应选项的方框涂满、涂黑)

1. 已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<3\}$,$B=\{x\mid x<a\}$,且 $A\subseteq B$,则实数 a 的取值范围是

A. $(3,+\infty)$　　B. $[3,+\infty)$　　C. $(-1,3)$　　D. $[-1,3]$

2. 已知复数 $z=(m^2-m-2)+(m^2-3m+2)\mathrm{i}$ 对应的点位于复平面的虚轴上,则实数 m 为

A. 1　　B. -1 或 2　　C. -1　　D. 2

3. 将一个容量为 n 的样本分成 2 组,已知第一组的频数为 8,第二组的频率为 0.80,则 n 为

A. 20　　B. 40　　C. 60　　D. 80

4. 已知抛物线与双曲线 $x^2-y^2=1$ 有相同的焦点,且顶点在原点,则抛物线的方程是

A. $y^2=4\sqrt{2}x$　　B. $y^2=-4\sqrt{2}x$　　C. $y=\pm4\sqrt{2}x^2$　　D. $y^2=\pm4\sqrt{2}x$

5. 若一等差数列前四项的和为 124,后四项的和为 156,又各项的和为 350,则此数列共有

A. 10 项　　B. 11 项　　C. 12 项　　D. 13 项

6. 若 $\alpha\in(0,\pi)$,$\sin(\pi-\alpha)+\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$,则 $\sin\alpha-\cos\alpha$ 的值为

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　　C. $\dfrac{4}{3}$　　D. $-\dfrac{4}{3}$

7. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)=\begin{cases}\log_2(2-x), & x\leqslant0,\\ f(x-3), & x>0,\end{cases}$ 则 $f(2\,023)$ 等于

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

8. 已知非负实数 x,y 满足 $\begin{cases}2x+y-4\leqslant0,\\ x+y-3\leqslant0,\end{cases}$ 则 $x+3y$ 的最大值为

A. 9　　B. 8　　C. 10　　D. 无最大值

9. 将函数 $y=\sin 2x$ 的图像向左平移 $\varphi\left(0\leqslant\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 个单位长度后,得到函数 $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的图像,则 φ 等于

A. $\dfrac{\pi}{12}$　　B. $\dfrac{\pi}{6}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{3}$

10. 当 $x\in(0,+\infty)$ 时,$2^x-\dfrac{1}{2^x}>m\cdot2^{-x}+4$ 恒成立,则实数 m 的取值范围为

A. $(-5,+\infty)$　　B. $(-\infty,-5)$　　C. $[-5,+\infty)$　　D. $(-\infty,-5]$

二、填空题(本大题共 5 小题,每小题 4 分,共 20 分)

11. 现有某救援团队 4 名志愿者被分配到 3 个不同巡查点进行防汛救灾志愿活动,要求每人只能去 1 个巡查点,每个巡查点至少有 1 人,则不同分配方案的总数为__▲__.

12. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=2a_n-n+1(n\in\mathbf{N}^*)$,$a_1=3$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为__▲__.

13. 已知圆 C:$x^2+y^2=4$,直线 l:$y=kx+m$,当 k 变化时,l 截得圆 C 弦长的最小值为 2,则 m 等于__▲__.

14. 已知 $\sin\left(\alpha-\dfrac{\pi}{3}\right)+\sqrt{3}\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$,则 $\cos\left(2\alpha+\dfrac{2\pi}{3}\right)=$__▲__.

15. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2^x, & x\leqslant0,\\ \log_2 x, & x>0,\end{cases}$ 若方程 $f(x)=-x+a$ 有两个不同的实数根,则实数 a 的取值范围是__▲__.

三、解答题(本大题共 8 小题,共 90 分)

16. (8 分)已知实数 $a>0$,且满足 $3^{3a+2}>3^{4a+1}$.

(1)若函数 $f(x)=\log_a(2x-1)$在区间$[1,3]$上的最小值为-1,求实数 a 的值;

(2)解不等式:$\log_a(x^2-1)\geqslant\log_a(2x+2)$.

17. (10 分)已知函数 $f(x)=a-\dfrac{2}{2^x+1}$.

(1)求 $f(0)$的值;

(2)判断函数 $f(x)$的单调性,并证明你的结论;

(3)若 $f(x)$为奇函数,求满足 $f(ax)<f(2)$的 x 的取值范围.

18. (12 分)已知在$\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,向量 $\boldsymbol{m}=(\sin A,\sin B)$,$\boldsymbol{n}=(\cos B,\cos A)$,$\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=\sin 2C$.

(1)求角 C 的大小;

(2)若 $\sin A,\sin C,\sin B$ 成等差数列,且$\overrightarrow{CA}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC})=18$,求 c 及$\triangle ABC$ 的面积.

19. (12 分)(1)从集合$\{1,2,4\}$中随机抽取一个数 a,从集合$\{2,4,5\}$中随机抽取一个数 b,求向量 $\boldsymbol{m}=(a,b)$与向量 $\boldsymbol{n}=(2,-1)$垂直的概率.

(2)用数字 1,2,3,4,5 组成五位数,求其中恰有 4 个相同数字的概率.

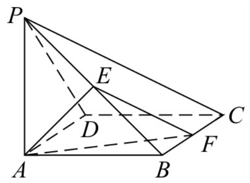
20. (10 分)某工厂利用辐射对食品进行灭菌消毒,现准备在该厂附近建造一职工宿舍,并对宿舍进行防辐射处理,建房时防辐射材料的选用与宿舍到工厂的距离有关.已知建造宿舍的所有费用 P(万元)和宿舍与工厂的距离 x(公里)的关系为:$P=\dfrac{k}{3x+5}(0\leqslant x\leqslant 8)$,若距离为 1 公里时,测算宿舍建造费用为 20 万元.为了交通方便,工厂与宿舍之间还要修一条道路,已知购置修路设备需要 4 万元,铺设路面每公里成本为 1 万元,工厂一次性补贴工人交通费为$\dfrac{1}{5}x$(万元),设 $f(x)$为建造宿舍、修路费用与给职工的补贴之和.

(1)求 k 的值;

(2)求函数 $f(x)$的表达式;

(3)宿舍应建在离工厂多远处,可使总费用 $f(x)$最小,并求出最小值.

21. (10 分)如题 21 图所示,在四棱锥 P-$ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形,$PA\perp$底面 $ABCD$,$PA=AB=2$,E 为线段 PB 的中点,F 为线段 BC 上的动点.



题 21 图

(1)证明:$BC\perp$平面 PAB;

(2)证明:平面 $AEF\perp$平面 PBC;

(3)求四棱锥 P-$ABCD$ 的体积.

22. (14 分)已知椭圆 C:$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为 $2\sqrt{3}$,且过点$\left(\sqrt{3},\dfrac{1}{2}\right)$.

(1)求椭圆的方程;

(2)设直线 l:$y=kx+m(k\neq 0)$交椭圆 C 于 A,B 两点,且线段 AB 的中点 M 在直线 $x=\dfrac{1}{2}$上,求证:线段 AB 的中垂线恒过定点 N.

23. (14 分)已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和是 S_n,$a_1=1$,点$\left(n,\dfrac{S_n}{n}\right)(n\in\mathbf{N}^*)$均在斜率为$\dfrac{1}{2}$的直线上.数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$满足 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n=2+(n-1)\cdot 2^{n+1}$.

(1)求证:数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$是等差数列;

(2)求数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式 a_n,b_n;

(3)若 $c_n=\dfrac{a_n}{b_n}$,求数列$\{c_n\}$的前 n 项和 T_n.