

从数学活动走向数学思维

——七年级“活动·思考”的教学设计*

卞焕清 (江苏省南菁高级中学实验学校 214499)

叶琳 (江苏省无锡市教育科学研究院 214121)

摘要 《义务教育数学课程标准(2022年版)》在课程目标中提出“三会”要求,意味着在课程改革背景下,数学教学不仅要关注显性知识的传授,更要注重隐性能力的培养,继而聚焦核心素养的持续发展.本文以数学活动为载体,以数学思维发展为指向,基于活动类型、思考目标及思考目的剖析,设计系列数学活动,阐释了由数学活动走向数学思维的路径,引导学生用数学的思维去思考世界.

关键词 数学活动;数学思维;问题链

文章编号 1004-1176(2025)05-0038-04

1 引言

《义务教育数学课程标准(2022年版)》(下称《课标2022》)在课程总目标中增加了“三会”,即“会用数学的眼光观察现实世界,会用数学的思维思考现实世界,会用数学的语言表达现实世界”^[1],并将其确定为义务教育阶段数学课程要培养学生的核心素养.2024年秋季学期,苏科版初中数学新教材正式面世并投入使用.教材变革背景下教学实践如何培养“三会”?这就需要以教材改革为契机,深刻理解教材编写意图,感受课程标准的改革意旨与落地策略.

“三会”是对数学独特育人价值的具体描述,是蕴含数学基本特征的思维品质、关键能力以及情感、态度与价值观的综合体现^[2].当然,值得关注的是,“三会”是不可分割的整体,三者之间相互关联支撑.数学思维需要依托数学眼光和语言拓展的空间展开,数学眼光的观察和数学语言的表达也离不开数学思维的深度思考与建构.从本质上来看,这可被认为是“三会”所体现出的共同的育人要求.同时,“三会”之间又不是完全重叠的,而是各自具有不可或缺的独特的育人价值,需聚焦三者的独特属性.

从基本特征来看,数学思维的严密性、发散性、灵活性、批判性与创新性等是数学思维的重要品质,直观感知、观察发现、归纳类比、符号表达、数据处理、演绎证明等思维活动是数学思维能力的具体表现^[3].因此,指向学生数学思维发展的教

学应当充分关注数学逻辑推理.

2 教材分析

2.1 学习目标解析

第一章《数学与我们同行》作为整个苏科版初中数学教材的起始章节,对初中数学的教学起到统整与规划作用,是学生在小学学习的基础上了解初中数学的载体,也是初中数学学习的蓝图,更是整个初中数学思想方法学习的基础.因此,本章节关注的并非具体知识点的教学,而是从不同角度透视整个初中教学的脉络.

纵观各版本教材,本章节的编写可谓独树一帜.本章共3课时,分别为“生活观察”“活动思考”“交流表达”,三节课分别与“数学的眼光”“数学的思维”“数学的语言”交相呼应,旨在引导学生领略初中阶段数学学习样态.其中,“活动思考”在章节中起着承上启下的作用:一方面,学生在学习了“生活观察”后,尝试用数学的眼光观察世界,为本节课的探究与思考打下基础;另一方面,本节课的探究活动与数学思维的学习为“交流表达”作好铺垫.

所谓数学活动,意指以数学为核心的系列实践性学习活动,其形式丰富多样,可以是操作型的,也可以是基于生活情境的,但其本质应都是数学的.数学活动的创设是通过观察与操作、思考与探究、讨论与归纳等活动,引导学生建立结构化的数学知识体系、培养数学思维和创新能力(表1).

* 本文系江苏省教育科学“十四五”规划重点课题“指向初中生代数推理能力发展的问题链设计研究”(C-b/2021/02/01)、江苏省中小学教学研究第十五期重点课题“生成哲学视域下的初中数学教学体系建构研究”(2023JY15-ZA35)的研究成果.

表1 数学活动的功能与素养指向

数学活动	功能	素养指向
观察	发现数学问题或数学规律	用数学的眼光 观察现实世界
操作	验证数学结论或发现问题	
思考	引发深度思考,发展理性思维	用数学的思维 思考现实世界
探究	对核心概念的深度辨认、理解	
讨论	发展数学交流及表达能力	用数学的语言 表达现实世界
归纳	提升抽象概括、符号表达能力	

在本节课中,学生需要经历折纸、剪纸、拼图等一些现实的、富有挑战性的问题的操作、推理、交流等数学活动,引发思考,尝试从不同角度来解决问题,感受“数学地”解决问题的策略和方法,体验数学活动充满着探索与创造,学会用数学的思维思考现实世界.

2.2 思维路径剖析

教学实践中要引导学生逐步学会用数学的思维去思考现实世界,就应当注重三个维度的剖析与设计,分别是:数学活动类型、思考方式、思考目的(表2).

表2 数学活动的三个维度剖析

数学活动的维度	具体阐述
活动类型	由现实世界转化为数学、数学内部、用数学解析现实世界
思考方式	相等与不等、变化与不变、特殊与一般、比较与类比、归纳与演绎、拓展与化归
思考目的	发现问题、提出猜想与发现关系、总结规律形成概念、总结性质探索方法、形成策略

数学活动的类型主要有三种,分别是:①由现实世界转化为数学的活动,其基本模式为数学操作、测量与建模;②数学内部的活动,其基本模式为运算与推理、概念与命题、关系与结构;③用数学解析现实世界的活动,包括描述、解释、论证.思考的方式主要有相等与不等、变化与不变、特殊与一般、比较与类比、归纳与演绎、拓展与化归等.思考的目的主要是发现问题、提出猜想与发现关系、总结规律形成概念、总结性质探索方法、形成策略等.

2.3 活动框架建构

从小学到初中,学生原有的知识和经验影响着学习活动,对此,数学活动的设计应当从多角度观察,寻求思维起点,以多形式探究突破思维障碍,继而拓展思维广度.

本节课的数学活动分为三种基本类型:一是

由现实世界转化为数学的几何活动,以折纸、剪拼活动为载体,经历折纸、剪纸、拼图等数学操作,明确几何活动的研究内容为图形的特征、不同图形之间的关系、图形变换中的不变性,在探究过程中渗透数学思维的发散性、演绎证明的严谨性.二是聚焦数学内部规律的探究活动,以月历中的数学为载体,经历“特例→发现规律→验证→解决问题”的完整探究过程,体会观察发现、归纳类比、符号表达、运算求解等数学思维方式.三是用数学解析现实世界中的概率统计活动,以体育社团活动开设为载体,引导学生体会数据获得方式与数据处理方式,用数学知识解决实际问题,发展学生的应用与创新思维.本节课的设计框架如图1所示.

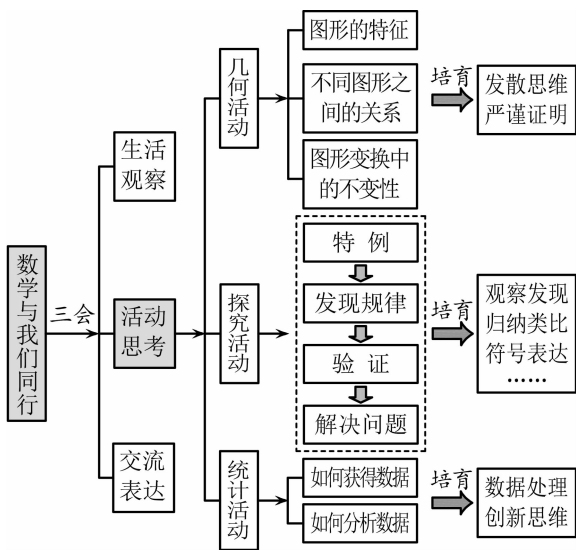


图1 本节课的设计框架

3 活动设计

3.1 折纸与剪拼

老师手中有一张 A4 纸,请各位同学观察该纸片,同时一起思考以下问题:

问题1 这张纸的轮廓可以看作什么图形?

问题2 那么长方形有什么特征?同学们能否通过折纸和剪拼进行验证?

问题3 长方形纸片通过折纸、剪拼能够得到哪些图形?

追问1 如图2所示,小明同学提出了得到一个正方形的方法,你能说出他这样操作的依据吗?

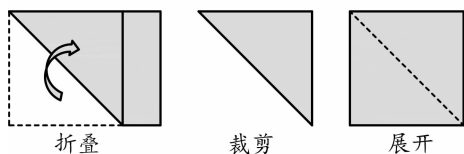


图2

追问2 剪成两个面积相等的图形有几种方法?

追问3 剪成三个面积相等的图形有几种方法?(三等分点可以通过测量得到)

追问4 剪成四个面积相等的图形有几种方法?

设计意图 前3个问题的主要目的是引导学生在几何实践活动过程中,能够感受并验证长方形纸片的几何特征,继而探究图形变换中的不变性.同时,在裁剪成若干个面积相同的图形过程中,不断激发学生思考裁剪方法的多样性,引导思维的发散,探究面积平均分配的数学核心本质到底是什么,做到思维与实践的有效融合.

问题4 通过折叠和剪拼长方形纸片,我们能得到很多具有特殊性质的图形,那么利用折纸或剪拼我们可以发现哪些一般的结论?

预设1 如图3,利用折纸和剪拼得到一般四边形内角和为 360° .

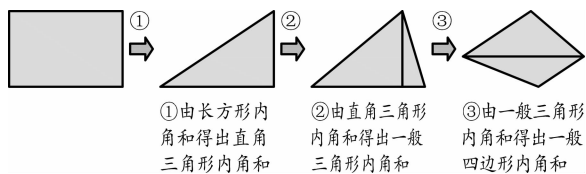


图3

预设2 由折纸或剪拼证明三角形的面积公式.

设计意图 问题4是问题3系列问题的延伸,由特殊图形的探究转向一般结论的获得.无论是证明一般四边形的内角和为 360° ,还是三角形的面积公式,均需要从特殊结论出发,继而证明一般结论.例如,依据长方形内角和为 360° ,证明直角三角形内角和为 180° ,从而获得一般三角形内角和为 180° ,最终证明一般四边形内角和为 360° .整个问题的解决旨在引导学生体会从特殊到一般的几何探究思路.

活动小结:同学们,在几何活动中,我们经历了怎样的探究过程,我们研究了哪些对象?

设计反思 “折纸与剪拼”活动是几何探究活动的典型,该活动以系列问题为载体,设计了两条主线:一是从图形的直观感知出发,研究长方形纸片“形”的特征,通过动手折叠、剪拼获得正方形,引导学生感受数学基本运动过程中的变与不变,如线段位置的变化与线段长度的不变,角的对折引发的角的倍数关系,继而归纳出一般规律;二是从现实世界向数学内部的转化,将长方形纸片剪成若干个面积相等的图形与一般三角形内角和

为 180° 的证明均以几何操作的直观感受为契机,从问题中抽象出“空间形式”与“数量关系”,让学生从小学已有的认知经验出发,经历发现问题、提出猜想与发现关系、归纳总结并严格说理的探究方式,引发思维的延续与素养的初步发展.两条主线相辅相成,相互渗透,共同推进,不断激发学生体会如何用数学的思维去思考问题.

3.2 月历中的数量关系

我们日常生活中的月历(图4)也蕴含了丰富的数学知识,同学们发现了吗?

一	二	三	四	五	六	日
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

图4

问题1 月历中较小虚线方框内的4个数之间有什么关系?如果将方框移动,框住另外4个数,这4个数也有这样的关系吗?

问题2 月历中较大虚线方框内有9个数,你能发现其中的数量关系吗?

问题3 除了上述的方框,你还能如何“框数”?同时,你还能提出哪些問題?

追问1 如图5,长方形虚线框内有8个数,你能发现其中的数量关系吗?

一	二	三	四	五	六	日
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

图5

追问2 利用图6中方法来框数,这些数之间有何数量关系?

一	二	三	四	五	六	日
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

图6

预设3 如果某个日期是 a ,那么与它同排向

右数第 n 个位置的日期是多少? 与它同列向上数第 m 个位置的日期是多少?

问题 4 小明一家在这个月的某天出发外出旅游 5 天, 这 5 天的日期之和是 25, 最后一天是几号?

设计意图 月历中的数学是典型的数学探究活动, 该环节从利用正方形框数入手, 探究形内各数之间的特征, 最终探究月历中不同数之间的一般规律, 继而利用一般规律解决实际出行问题。

设计反思 “月历中的数量关系”指向数学探究活动, 聚焦“数量关系”的观察发现、归纳类比与符号表达等。《课标 2022》指出, “核心素养具有整体性、一致性和阶段性”^[17]。对于刚接触初中数学的学生来说, 其素养侧重对经验的感悟, 已经具备一定的数感、量感、符号意识、推理意识等。而初中阶段核心素养侧重对概念的理解, 其指向也发生了阶段性的进阶, 聚焦抽象能力、运算能力、推理能力、应用意识与创新意识等。

“月历中的数量关系”首先引导学生抽象能力的萌芽, 从实际情境中发现问题和提出问题, 即“月历中的数有何规律”。通过“框数”引发学生思考被框住的数和整个月历相比, 各数之间有何特殊的数量关系, 继而从特殊情境中抽象出核心数量关系, 并能用数学符号表示, 实现从特殊到一般的转化(图 7), 并能利用该一般规律解决实际问题, 感受数学的实际应用价值。

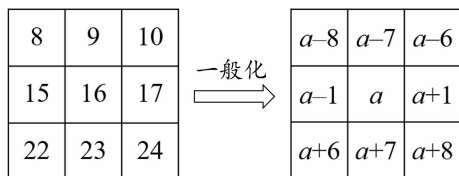


图 7

3.3 概率统计活动

学校将要组建若干个体育活动社团, 为了解情况, 小明设计了表 3 对各班同学进行调查。

表 3

项目	啦啦操	篮球	羽毛球	乒乓球	足球	跳绳
最感兴趣的项目(打“√”, 可多选)						

请你根据本校的实际情况, 设计一份类似的调查表, 调查了解情况, 为学校的课外体育活动开展提出合理建议。

设计意图 统计活动的价值在于对实际问题的分析和解决, 教师首先要关注的是统计活动

研究路径的梳理, 完成对统计活动整体表征的认识(图 8)。

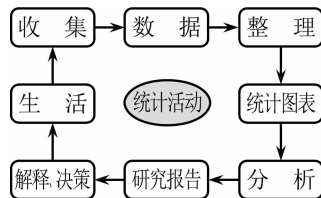


图 8

设计反思 “体育项目调查”是统计活动的典型范式, 整个活动带领学生经历方案的制定与优化、数据的收集与整理等过程, 旨在丰富学生对数据的认识, 初步感受数据的现实意义, 发展数据观念。在统计活动中, 提出一个问题或者一个建议的价值有时并不亚于解决一个问题, “提出”源于“发现”, “发现”源于对问题的“思考”, 这种思考的表达意味着学生对于真实情境中问题“数据化”的加工与表达兴趣, 也是其思维开始从数据意识向数据观念生长的必要路径与过程。

4 设计反思

4.1 紧扣基本知识, 聚焦思维的深刻性

思维的深刻性主要反映在思维活动的抽象程度、逻辑水平, 以及思维活动的广度、深度和难度等。而数学思维的深刻性是指在整个数学问题探究过程中, 能够抓住问题实质及不同问题间内在联系的一种思维品质。数学思维深刻性的对立面是肤浅性, 只知其表而不知其里, 是思维活动的浅尝辄止。在数学教学活动中, 教师应当要能紧扣知识, 合理设计数学活动, 挖掘数学本质, 提升学生的数学思维能力。例如, 在本节课“月历中的数学”环节中, 应当要引导学生从特殊情况出发, 发现不同数之间数量关系背后的数学本质, 继而能够用字母表示出一般化结果, 最终能够用一般化的结论解决小明一家的出行问题。

4.2 立足基本思想, 关注思维的发散性

数学思想是指现实世界的空间形式和数量关系反映到人们意识之中, 经过思维活动而产生的结果。数学思想是对数学规律的本质和理性认识, 是学生在数学活动过程中从具体的数学内容中提炼升华的观点。立足于数学基本思想的发散思维要对已知信息进行多方向、多角度的联想, 继而揭示同一本质所表现出来的现象、形式之间的差异性思维过程。

在“将长方形纸片剪成两个面积相等的图形有几种方法”活动中, 一是需引导学生思考将长方

(下转第 52 页)

的典型性,又通过阶梯式设计引导学生逐步突破难点.适当的改编既能强化学生对公式的熟悉度,又能避免因盲目追求“偏难怪题”导致思维混乱.

• 探究活动:从“被动接受”到“主动发现”

在总结公式规律时,设置小组合作任务:“观察六个公式的结构,尝试用自己的话概括其性质.”学生通过对比分析,发现各个公式的特点和使用场景,进行笔记的精加工.这种探究过程不仅提升了学生的归纳能力,在平时的教学中落实了四能的培养,还让口诀记忆从“教师灌输”变为“学生内化”,形成长久记忆.

3.3 弱化难题讲解,聚焦概念形成与迁移

• 删繁就简,回归概念本源

在例题设计中,刻意规避了复杂的角度组合(如多 π 叠加角),选择了教材中“ $90^\circ \pm \alpha$ ”“ $180^\circ \pm \alpha$ ”的典型角度.例如,例2(2)中“利用 29° 求 61° 的余弦值”,通过解决角度的互余关系强化对公式五的理解,巩固了公式本质,又避免了学生因复杂的运算干扰了对核心概念的理解.

• 以“概念网络”替代“题海战术”

在课堂中的很多地方,引导学总结各个公式的特点,明确公式间的逻辑关系(如公式四可由公式二、三推导得出).结构化梳理能够帮助学生形成知识网络,避免孤立的记忆单个公式,为后续学习三角恒等变换中的综合应用打下坚实基础.

• 长期记忆策略:关联生活与后续知识

在公式记忆环节,提示学生“互余角的正余弦转化”与直角三角形边角关系的关联,并预告“后续学习正弦定理时,互余角的转化会再次出现”.在例3的教学过程中,强调先写角度关系方程,为

(上接第41页)

形纸片剪成两个面积相等的图形可以转化为什么问题;二是要引发学生思维的发散,思考问题解决策略的多样性;三是探究平分面积问题的本质,感悟多样方法的统一.

4.3 注重知识融合,发展思维的创新性

当今社会不同领域的竞争,本质是创新能力的竞争.数学创新能力是数学实践活动中不断提供具有原创价值、发展价值、学术价值的新思想、新方法的能力,要培养数学的创新性就需要关注:一是创新问题背景的引入,借助新颖的、不熟悉的问题来激发学生创造性地思考,如月历活动中的问题3:“你还能利用哪些图形‘框数’?这些数之间有何数量关系?”二是注重知识的融合,

和差角公式的题型打下基础.跨章节的知识串联,既能增强学生对公式价值的认同感,又能通过复现强化记忆.

4 反思与展望

(1) 坚持教材为本,适度创新

教材中的例题、习题是落实“三基”的最佳载体.今后还需进一步研究教材编排逻辑,将更多经典问题融入课堂,避免因盲目补充课外难题导致教学重心偏移.

(2) 强化“慢教学”,允许学生试错

在例3的“角度关系推导”环节,部分学生因急于套用公式而忽略几何分析.未来可增设“试错讨论”环节,鼓励学生通过错误案例(如错误拆分 61° 为 $90^\circ + (-29^\circ)$,导致最终等式两边都没有 29°)反思公式使用条件,深化对概念的理解.

(3) 注重评价反馈,追踪长期效果

设计分层作业:基础题直接选用教材原题,提升题为教材习题的变式改编,探究题关联后续章节(如结合正弦曲线图象分析公式规律).通过作业反馈持续评估学生对核心概念的掌握情况,及时调整教学策略.

本节课以培养学生记忆和运用公式能力为目标,以“三基四能一探究”为理论基础,通过回归教材、聚焦概念、弱化难题,帮助学生建立对诱导公式的结构化认知.通过夯实基础、强化知识网络,在教学中培养学生学科核心素养,让学生在后续学习中实现“滚雪球式”的能力增长.未来将继续探索“轻技巧、重本质”的教学路径,发展素质教育,让数学课堂真正成为学生思维生长的沃土.

突出学生数学思维的创新性发展.例如,在课堂拓展环节还能引入莫比乌斯带相关活动,通过制作、裁剪莫比乌斯带,探究其几何特征,激发学生的学习兴趣,提升其思维的创造性.

参考文献

- [1] 中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2022年版)[M].北京:北京师范大学出版社,2022.
- [2] 孙国春.《义务教育数学课程标准(2022年版)》的改革意涵探析——以核心素养为逻辑基点[J].课程·教材·教法,2022,42(12):39-46.
- [3] 刘再平,刘祖希,罗新兵.考查数学思维,引导有效教学——2023年高考数学全国乙卷评析与启示[J].中小学课堂教学研究,2023(12):64-68.